

Física para estudiantes de Ingeniería: Dinámica de la partícula

Índice

- 1. Introducción*
- 2. Primera ley: el Principio de Inercia*
- 3. Segunda ley: el Principio de Masa*
- 4. Tercera ley: el Principio de Interacción*
- 5. La interacción gravitatoria*
- 6. Fuerzas derivadas de interacciones eléctricas: la fuerza elástica*
- 7. Fuerzas derivadas de interacciones eléctricas: la fuerza de rozamiento*
- 8. Fuerzas derivadas de interacciones eléctricas: la tensión*
- 9. Apéndice*

Dinámica de la partícula

1_ INTRODUCCIÓN

Así como la cinemática que estudiamos en Física I es básicamente la obra de Galileo Galilei, la dinámica es, al menos en su primera formulación, la obra del gran sabio inglés Isaac Newton. En sus tres leyes básicas encontramos el fundamento de toda la mecánica elemental; por ello debemos examinarlas cuidadosamente.¹

Nos debe quedar claro desde el comienzo que estos tres principios forman un único cuerpo de postulados hallados por inducción sobre experiencias mecánicas, si no se cumple uno de ellos todos fallan. Por ejemplo, en otra de las unidades de esta serie de libros digitales, propondremos el tratamiento del modelo fisicomatemático en el cual no se cumple el principio de inercia para la referencia que utiliza el observador.

Es necesario mencionar ciertas consideraciones introductorias, para tener en cuenta como ideas previas a las Leyes de Newton.

Un aspecto es qué cosa es el movimiento y qué entendemos por cambio de movimiento, para ello hemos estudiado la unidad de cinemática del punto material. El vector que puede ayudarnos a verificar cambios de dirección o de valor absoluto del movimiento es la aceleración, aunque veremos que con esto solo no alcanza ya que se requiere de alguna propiedad constitutiva del punto material para completar la idea de movimiento como cantidad de movimiento y a esa propiedad la denominaremos masa.

Otro aspecto que debemos tener bien presente es qué significa que un vector sea proporcional a otro vector, posiblemente la operación matemática que mejor represente esta idea es el producto de un escalar por un vector, cuyo resultado es otro vector de módulo diferente pero cuya dirección es igual a la del primer vector, mientras su sentido depende del signo del escalar.

Otro detalle que consideramos para anticipar a los enunciados es la idea de fuerza, que proviene de los estudios realizados en estática y situaciones mecánicas de equilibrio. Este vector, lo interpretaremos como fuerza de interacción, que relaciona dos partículas diferentes y que pone de manifiesto su vinculación mecánica.

Por último, una definición *previa* de masa la expresamos diciendo que es la cantidad de materia del punto material o partícula que estamos estudiando.

¹ Estrictamente hablando, no se trata de leyes, sino de “principios”, dado que son enunciados que no se demuestran, sino que se postulan en forma similar a los axiomas de matemática. Por supuesto, una vez enunciados se advierte que, al menos en los fenómenos cotidianos, la experiencia no los contradice, sino que es consistente con ellos.

2_PRIMERA LEY: EL PRINCIPIO DE INERCIA

“Toda partícula en reposo, o en movimiento rectilíneo uniforme, permanece en ese estado hasta que se le aplique una fuerza exterior”.

En este enunciado, debemos distinguir dos ideas relacionadas entre sí pero no idénticas. Se trata del *concepto de inercia*, considerando esta como una propiedad de la materia, y del *Principio de Inercia* propiamente dicho.

Podemos definir la inercia como una propiedad de la materia según la cual esta se “opone”, se “resiste” al cambio de movimiento. En otras palabras, la materia, por sí misma, tiende a perseverar en su estado de movimiento. Si queremos que éste se modifique, debemos alterar el sistema de fuerzas aplicadas sobre la partícula en cuestión.

El Principio de Inercia nos dice entonces dos cosas: una de ellas puede resultarnos obvia, pero no es así con la restante. Todos sabemos que, si una partícula está en reposo, para que adquiera algún movimiento se le debe aplicar una fuerza. Pero no es tan obvio que, si la partícula se mueve con $\vec{v} = \text{constante}$, dicha velocidad será la misma hasta que se le aplique una fuerza determinada.

El Principio de Inercia, de apariencia tan sencilla, posee un sinnúmero de consecuencias. Estudiemos algunas de ellas:

a. Consecuencias experimentales. Todos hemos vivido el efecto de la inercia en la vida diaria. Por ejemplo, cuando un auto arranca, nos parece que nos “vamos para atrás”. En realidad, por inercia, tendemos a permanecer en el mismo lugar, y el auto acelera hacia adelante. ¿Qué ocurre realmente cuando un auto frena de golpe?

b. La relatividad de la trayectoria. Supongan que ustedes están sentados en un colectivo que se mueve con velocidad constante. Se entretienen arrojando una piedrita hacia arriba, la que cae en la mano que la había arrojado. Ustedes ven una trayectoria rectilínea. Pero un amigo que, en reposo respecto al andén, los observe desde afuera del colectivo, ve que la piedra describe una parábola. ¿Por qué? Porque en el instante de ser arrojada la partícula formaba parte del colectivo y se movía con la velocidad del mismo. Al tirarla, esta velocidad no “desaparece”, ya que la fuerza actuante sobre la partícula (el peso) sólo actúa en la dirección vertical. El amigo en reposo respecto al andén, entonces, ve que la piedra describe un tiro oblicuo, resultado de la composición de un movimiento con velocidad constante en el eje horizontal y un movimiento acelerado en dirección vertical. Por lo tanto, *la relatividad de la trayectoria es una consecuencia del Principio de Inercia.*

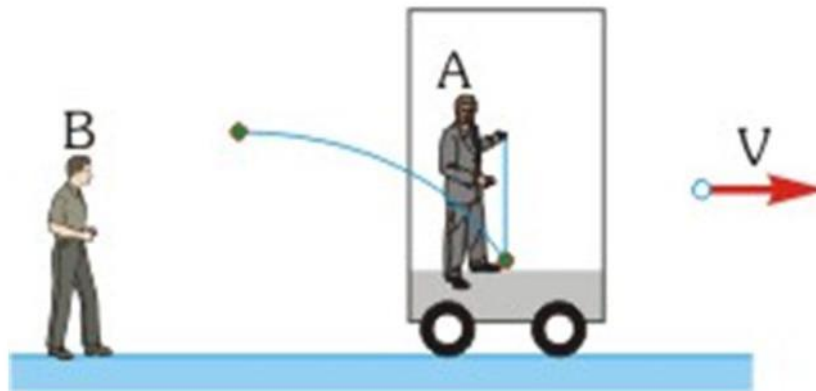


FIGURA 1. En el dibujo, el observador A deja caer una piedra. Este observador contempla como la piedra cae verticalmente al suelo. Pero el observador B, contempla una trayectoria muy diferente. Para él, la piedra describe una trayectoria curva, desde que es soltada por la mano del observador A, hasta que choca contra el suelo del vagón. De nuevo hemos visto como dos observadores en dos sistemas de referencia diferentes contemplan trayectorias distintas.

c. El concepto de equivalencia.

Supongamos que nos encontramos en el interior de un vehículo que no tiene ninguna posibilidad de comunicación con el exterior. Realizando un experimento en el interior del vehículo, ¿Podemos determinar si el mismo se encuentra en reposo o se mueve con $\vec{V} = \text{constante}$ respecto a Tierra? La respuesta es: **no**. ¿Por qué? Porque cualquier cosa que arrojemos, ya sea en forma oblicua, horizontal o vertical, o cualquier otro movimiento que intentemos conservará la velocidad que el vehículo eventualmente tiene en el eje del movimiento. Los resultados del experimento, entonces, serán iguales en ambos casos. Por lo tanto, *el reposo y el movimiento rectilíneo uniforme son físicamente equivalentes.*²

d. La velocidad es una función continua del tiempo. Como resultado de la inercia, la velocidad no puede presentar “saltos”, sino que, al cambiar de un valor a otro, debe pasar por todos los valores intermedios. Por lo tanto, cuando representamos $V(t)$ el resultado debe ser una función continua. No ocurre necesariamente lo mismo con la aceleración, como veremos más adelante.

e. ¿Por qué, en el enunciado de este principio, hablamos de una fuerza “exterior”? Esto verdaderamente es redundante, porque al tratarse de una partícula todas las fuerzas son exteriores a la misma. Pero lo hemos indicado para acentuar un concepto

² Claramente, dentro de la Mecánica Clásica, esta equivalencia no puede extenderse a los movimientos acelerados. Si el vehículo de pronto acelera, nos daremos cuenta por el hecho de “caernos” en sentido opuesto al de la aceleración. Este “privilegio” que presentan los movimientos acelerados fue una de las cuestiones de la Mecánica que molestó a Einstein y lo motivó a elaborar la Teoría de la Relatividad.

básico de la mecánica newtoniana: “ninguna partícula se hace fuerza a sí misma” o, en otras palabras, *la mecánica clásica newtoniana es una mecánica de partículas que se ejercen fuerzas unas a otras, es decir, es una mecánica de interacciones entre partículas.*

f. ¿Puede una partícula encontrarse en movimiento cuando la resultante de las fuerzas sobre la misma sea nula? Sí, siempre y cuando se mueva con velocidad constante; porque que la aceleración sea nula no implica necesariamente que también lo sea la velocidad.

g. Inercia y masa. Quizás hasta ahora estemos acostumbrados a definir la masa un cuerpo como su “cantidad de materia”. Pero aquí se presenta el problema de definir qué es la materia, y si decimos que es “aquello que tiene masa” nos encontramos con un razonamiento circular. Pero la masa está relacionada con la inercia. Pensemos: ¿qué es más difícil para modificar su movimiento, un bloque de 100 kg ó uno de 1 kg? Obviamente, el de 100 kg. Por lo tanto, al ser mayor su masa, lo mismo ocurre con su inercia. En consecuencia, *la masa es una medida de la inercia, y representa la proporcionalidad que esta inercia provee entre el vector fuerza y el cambio de movimiento por unidad de tiempo.* Pero esta cuestión es el tema principal de la Segunda Ley de Newton.

Sobre la masa, tendremos algo más que decir más adelante.

3 SEGUNDA LEY: EL PRINCIPIO DE MASA

Antes de enunciarla, tenemos que definir una nueva magnitud física, vectorial, denominada la *cantidad de movimiento*, que simbolizamos con \vec{p} y definimos como:

$$\vec{p} = m \vec{V}$$

En la expresión anterior hemos simbolizado el vector cantidad de movimiento de una partícula, como producto de la masa de la partícula (escalar) multiplicada por el vector velocidad instantánea de la partícula.

La masa es una propiedad de la partícula que tiene la propiedad de ser una constante para la partícula y que expresa la proporcionalidad entre interacciones y cambios de movimiento por unidad de tiempo. Lo antedicho lo podemos adoptar como un posible enunciado de la Segunda Ley.

Ahora si hacemos uso del vector cantidad de movimiento y su relación con la resultante de las interacciones sobre la partícula, podemos obtener una expresión matemática de la Segunda Ley:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Es decir, la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula es igual a la variación de la cantidad de movimiento de la misma, con respecto al tiempo.

El enunciado que acabamos de dar es más general. Ahora bien, si suponemos que la masa de la partícula es constante, resulta:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{a}$$

de donde la fórmula que ustedes conocen del Ciclo Básico Común es realmente un caso particular, consistente en la aplicación de la Segunda Ley de Newton para masa constante. Esta expresión, por ejemplo, no se podrá aplicar para estudiar el despegue de un cohete, debido a que la expulsión de los gases lo transforma en un sistema de masa variable³.

Notemos que esta ley es enteramente consistente con la anterior, el Principio de Inercia. En efecto, si $\sum \vec{F} = 0$ resulta $\vec{a} = 0$ y la partícula se mueve con \vec{V} constante, pero no tiene necesariamente que encontrarse en reposo.

Por otra parte, nuevamente aparece la idea de la masa como una medida de la inercia. Comparemos dos partículas de distinta masa sobre las que se aplican las mismas fuerzas. Claramente, para la partícula de mayor masa la aceleración será menor. Por lo tanto, cuanto mayor sea la masa de una partícula mayor será su “resistencia” a modificar su velocidad, es decir, será mayor su inercia.

El Principio de Masa es una de las expresiones más poderosas de toda la Física Clásica. Por ejemplo, de él pueden deducirse los Teoremas de Conservación. Al efecto, definamos una nueva magnitud, también de naturaleza vectorial, el impulso \vec{j} , definido como:

$$\vec{j} = \int \vec{F} dt$$

En el caso que \vec{F} sea constante resulta:

$$\vec{j} = \vec{F} \Delta t$$

es decir, el producto de la fuerza por el intervalo de tiempo en el que ésta actúa.

Si ahora regresamos a la definición original del Principio de Masa:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \sum \vec{F} dt = d\vec{p}$$

e integrando de ambos miembros:

³Un cohete no es, por supuesto, una partícula, pero en ciertos casos puede modelizarse como tal.

$$\int \sum \vec{F} dt = \int d\vec{p}$$

Entonces:

$$\vec{j} = \Delta\vec{p}$$

Por lo tanto, el impulso total aplicado sobre una partícula es igual a la variación de su cantidad de movimiento. Entonces, si

$$\vec{j} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{p} = 0$$

y la cantidad de movimiento de la partícula se mantiene constante. Este es el Teorema de Conservación de la Cantidad de Movimiento, el primero de una lista de diversos Teoremas de Conservación que resultan muy útiles para resolver problemas de mecánica. Dentro del ámbito clásico, todos estos teoremas son consecuencias del Principio de Masa, y se deducen integrándolo de una u otra forma⁴.

La relación entre el impulso y la cantidad de movimiento es muy útil para interpretar físicamente situaciones que todos conocemos. Por ejemplo:

- ¿Por qué cuando un boxeador recibe un golpe en la cara en lugar de retirar rápidamente la cara debe “acompañar” el golpe?
- ¿Por qué si alguien cae desde una cierta altura sobre una lona elástica se “amortigua” la caída?

En ambos casos se trata de incrementar el tiempo que dura la colisión, lo que, a partir de las fórmulas precedentes, tiene como consecuencia la reducción de la fuerza recibida durante el impacto.

Nos resta decir algo más acerca del concepto de *masa*. Ya habíamos concluido que la masa puede interpretarse como una medida de la inercia.

Pero además, y aunque todavía no hicimos referencia a la fuerza gravitatoria, todos sabemos que se trata de una fuerza de atracción universal responsable de, entre otros fenómenos, la caída de los cuerpos. También sabemos que la fuerza gravitatoria depende de la masa y que, a mayor masa, mayor es la intensidad de la atracción gravitatoria. Pero aquí hemos utilizado el término “masa” en forma distinta a la empleada hasta ahora. La “masa” a la que nos referimos es la fuente de la interacción gravitatoria, y determina la intensidad de la misma. Existen, entonces, dos conceptos distintos a los que denominamos “masa”: la *masa inercial*, entendida como la medida de la inercia, y la *masa gravitatoria*, causa de la atracción universal.

Ahora, dejemos caer desde la misma altura dos cuerpos de distinta masa. Muchas veces hemos escuchado que, independientemente de la diferencia de masa, los

⁴Por eso, originalmente los Teoremas de Conservación se denominaban “Primeras Integrales del Movimiento”.

cuerpos llegarán simultáneamente al piso, y efectivamente eso es correcto, si despreciamos la resistencia del aire. Pero, ¿Por qué?

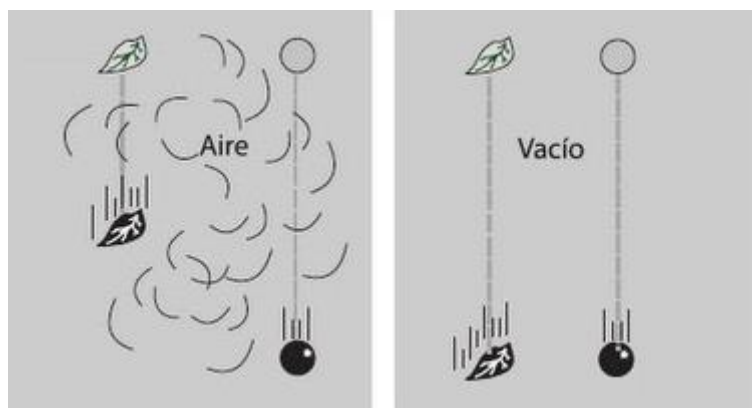


FIGURA 2

8

Que lleguen simultáneamente al piso implica que caen con igual aceleración. Nuevamente, nos preguntamos por qué.

La aparente contradicción surge porque, lógicamente, la atracción gravitatoria de la Tierra es mayor para el cuerpo de mayor masa. Éste, entonces, debería acelerarse más. Pero por tener mayor masa, también es mayor su inercia, es decir, su resistencia a acelerarse. La mayor atracción gravitatoria se compensa con la mayor inercia y entonces los dos cuerpos llegan simultáneamente al piso.

Este razonamiento es correcto, pero tiene una laguna. ¿Cuál es?

Es que estamos suponiendo que la mayor *masa gravitatoria* se compensa *exactamente* con la mayor *masa inercial*. Es decir, estamos suponiendo que:

$$masa\ gravitatoria = masa\ inercial^5$$

Dentro de la Mecánica Clásica, no hay manera de demostrar esto teóricamente, y sólo se acepta a partir de la evidencia experimental por el físico húngaro Lórand Eötvös, quien hacia fines del siglo XIX y principios del siglo XX, utilizando balanzas de torsión, midió con gran precisión la igualdad entre la masa inercial y la masa gravitatoria.

⁵ Estamos desarrollando un texto orientado a mecánica elemental. Si les interesa el tema de las diferencias conceptuales entre masa inercial y gravitatoria, les podemos adelantar que la igualdad que expresamos se verifica porque en el Sistema Internacional de medidas se ha adoptado de exprofeso así, y para que esto se cumpla se ha tenido que calcular la constante universal de gravitación que toma un valor aproximado $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$. Podemos asegurar que existe proporcionalidad entre ambas masas.

Esta igualdad se conoce como el *Principio de Equivalencia Débil* o *Principio de Equivalencia de Galileo*, y en la Teoría de la Relatividad no es un principio, sino que se deduce a partir de postulados más generales.

4 TERCERA LEY: EL PRINCIPIO DE INTERACCIÓN

Cuando pegamos un puñetazo en una pared, ¿por qué nos duele la mano? Porque la mano “siente” una fuerza de igual intensidad a la que ejerce sobre la pared. Un error común es creer que primero hay una fuerza “mano-pared”, la “acción”, y después la “reacción”, “pared-mano”. En realidad, ambas fuerzas aparecen simultáneamente, son el resultado de la interacción entre la mano y la pared. Este error quizás haya sido estimulado por la denominación “Principio de Acción y Reacción” que en muchas oportunidades se otorga a este principio. El término “Principio de Interacción” describe más apropiadamente el concepto, y puede enunciarse formalmente así:

“Si una partícula A interactúa con una partícula B aplicándole una fuerza \vec{F} , entonces la partícula B interactúa con A aplicándole una fuerza \vec{F}' con el mismo módulo y la misma dirección que \vec{F} , pero de sentido contrario”.

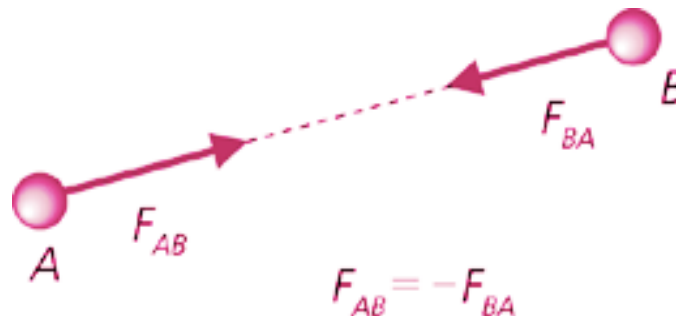


FIGURA 3

Las fuerzas, consecuencia de las interacciones, surgen siempre de a pares, se trata de los *pares de interacción*.

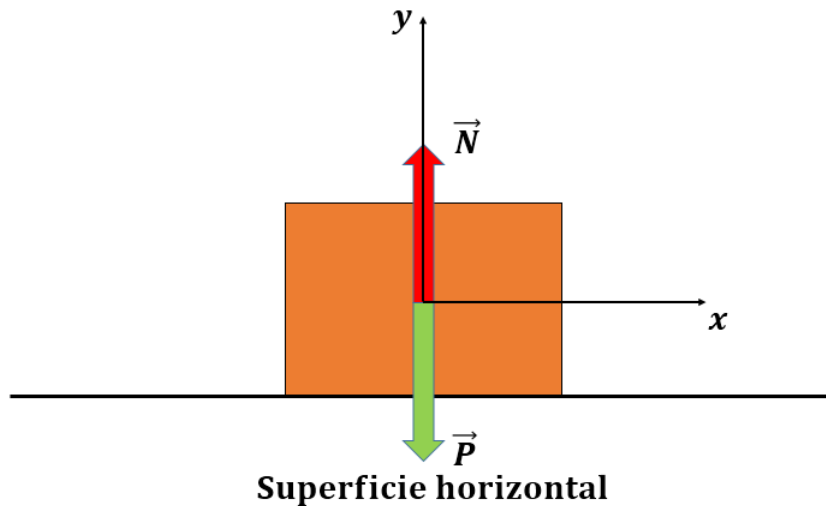


FIGURA 4

En la imagen, la interacción entre C y R da como resultado las dos fuerzas que se advierten. Notemos que están aplicadas *en cuerpos distintos*. Preguntamos: ¿qué

ocurriría si las dos fuerzas que componen cada par de interacción estuvieran aplicadas en el mismo cuerpo? La respuesta es que nada podría acelerarse nunca, y por lo tanto nada podría abandonar el reposo.

Consideremos ahora la siguiente situación: \vec{P}_y



10

FIGURA 5. En este caso, la fuerza que actúa sobre la superficie coincide con todo el peso de la caja. Por tanto, el módulo y dirección de la fuerza normal y el peso son iguales. Su dirección opuesta.

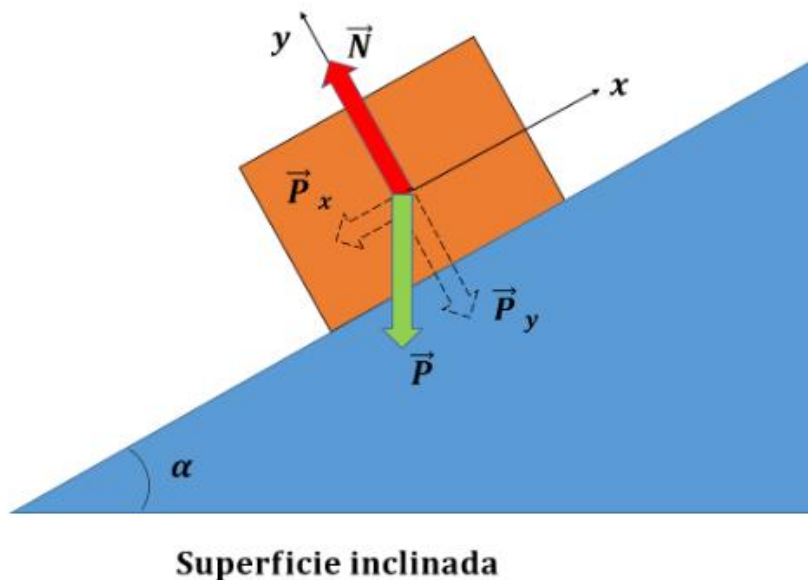


FIGURA 6. En este tipo de superficies, el peso se descompone en 2 fuerzas. Una empuja a la superficie P_y y otra que tira de la caja pendiente abajo P_x . El módulo y dirección de la fuerza normal es igual a P_y , aunque de sentido contrario.

Una caja apoyada sobre el piso. ¿Qué fuerzas actúan sobre la caja? En primer lugar, el peso, resultado de la interacción gravitatoria entre la caja y la Tierra. Es una fuerza que la *Tierra ejerce sobre la caja*.

¿Dónde se encuentra su par de interacción? Se trata de una fuerza que *la caja ejerce sobre la Tierra*, y que dibujamos, hacia arriba, en esta última⁶.

Ahora bien, si sobre la caja sólo actuase la fuerza peso, la caja se hundiría en el piso. Como esto no ocurre, tiene que existir una fuerza que el piso ejerce sobre la caja, perpendicular a la superficie de contacto, que llamaremos la *Normal (N)*.

Un error frecuente es considerar que la Normal y el Peso (**P**) conforman un par de interacción; sin embargo, como la Normal es una fuerza que la *superficie ejerce sobre la caja* su par de interacción será *una fuerza que la caja ejerce sobre la superficie*, y está por lo tanto aplicada sobre esta última.

A continuación vemos algunos ejemplos de pares de interacción.

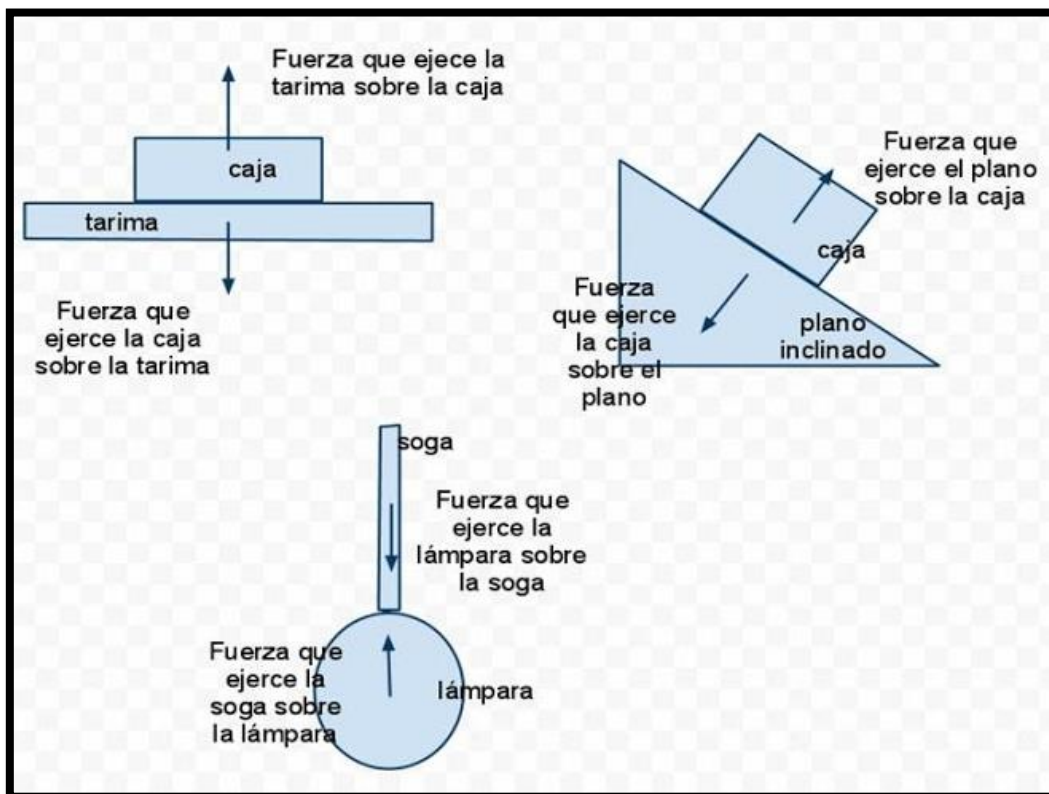


FIGURA 7

Volviendo ahora a las fuerzas aplicadas sobre la caja, notemos que entre la fuerza **P** y la **N** existe una diferencia importante. Si separamos la caja de la superficie de contacto, la fuerza peso sigue existiendo. Se trata, por lo tanto, de una *interacción a distancia*.

⁶ Notar que en este caso *no* podemos considerar a la Tierra como un cuerpo puntual, por eso debemos indicar el punto de aplicación de la fuerza.

Por el contrario, cuando el contacto se suprime, desaparece N . Esta es, entonces, una *fuerza de contacto*.

Por otra parte, sabemos que el P es una consecuencia de la interacción gravitatoria. ¿De dónde resulta la N ? Aunque superficialmente no lo parece es una fuerza de origen eléctrico, resultado de la interacción entre las nubes electrónicas de los átomos de las dos superficies en contacto. Se trata de una fuerza de tipo *estadístico*, resultante de la sumatoria de un enorme número de *fuerzas elementales* de naturaleza electromagnética.

Hasta ahora, por lo tanto, hemos encontrado dos fuerzas elementales, también conocidas como básicas o fundamentales: la gravitatoria y la electromagnética.

Si bien no es este el lugar para profundizar en el tema, digamos que el cuadro completo de las Interacciones Fundamentales de la Naturaleza se completa con las dos clases de fuerzas nucleares: la fuerte y la débil. En el cuadro siguiente presentamos un panorama (muy simplificado) de estas cuatro interacciones.

12

Interacción	Intensidad	Alcance	Fuente	Característica
Gravitatoria	Muy débil	Infinito	Masa	Atracción Universal
Electromagnética	Fuerte	Infinito	Carga eléctrica	Atracción y repulsión
Nuclear Fuerte	Muy fuerte	Corto	Carga “de color”	Atracción
Nuclear Débil	Débil	Muy Corto	Carga débil	Desintegración Radiactiva

TABLA 1

En lo que sigue estudiaremos con más detalle la interacción gravitatoria, y algunas fuerzas estadísticas resultantes de la interacción electromagnética⁷.

5_ LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA

Ya sabemos que la interacción gravitatoria es una fuerza de atracción universal, que existe entre todas las masas. Su intensidad es muy débil; de hecho es la fuerza más

⁷Como anticipamos, este cuadro está muy simplificado. Pero de todas formas debemos aclarar que términos como “carga de color” son sólo simbólicos, son propiedades de las partículas materiales que no tienen relación con la percepción del color o con las longitudes de onda de la luz. Asimismo, hemos caracterizado a la fuerza nuclear fuerte como de atracción, pero su comportamiento es realmente más complejo.

débil de todas las existentes en la Naturaleza. Sin embargo, tratándose de una interacción *acumulativa* a medida que aumenta su fuente, es decir, la masa, se incrementa paralelamente la intensidad de la fuerza, y de ahí resulta la paradoja de que, siendo la más débil de todas las fuerzas, al mismo tiempo es la responsable de la estructura a gran escala del Universo. Que existan planetas, sistemas solares, galaxias, cúmulos de galaxias, es consecuencia de la interacción gravitatoria.

Quizás su aplicación más sencilla sea lo que denominamos el **peso** \vec{P} de los cuerpos. Consideremos una partícula en caída libre a pequeña distancia de la superficie terrestre. Sobre ella, si despreciamos la resistencia del aire, la única fuerza actuante será su peso, es decir, la atracción gravitatoria ejercida por la Tierra, y su aceleración será la de la gravedad. Aplicando entonces el Principio de Masa resulta:

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

En realidad, la interacción gravitatoria no es constante, sino que depende de la distancia entre las partículas interactuantes. Consideremos entonces dos masas m_1 y m_2 , separadas una distancia d .

El módulo de la fuerza gravitatoria entre ambas será:

$$|\vec{F}| = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

siendo G la constante universal de gravitación, aproximadamente igual a:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$$

Por lo tanto, la interacción gravitatoria es *inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre las masas interactuantes*.

Consideremos ahora un problema muy importante, tanto desde el aspecto conceptual como desde la historia de los conceptos de la dinámica. Supongamos que tenemos un ascensor, en el piso del mismo una balanza y sobre ésta una persona de masa m :

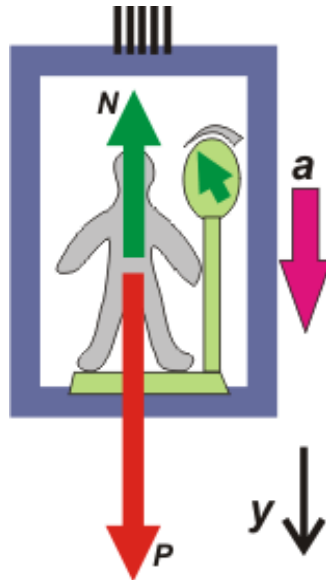


FIGURA 8

Queremos calcular lo que marca la balanza en una serie de situaciones diferentes. Primero comprendamos que la balanza no indica, en este caso, ni la masa ni el peso de la persona, sino la fuerza de contacto con la misma.

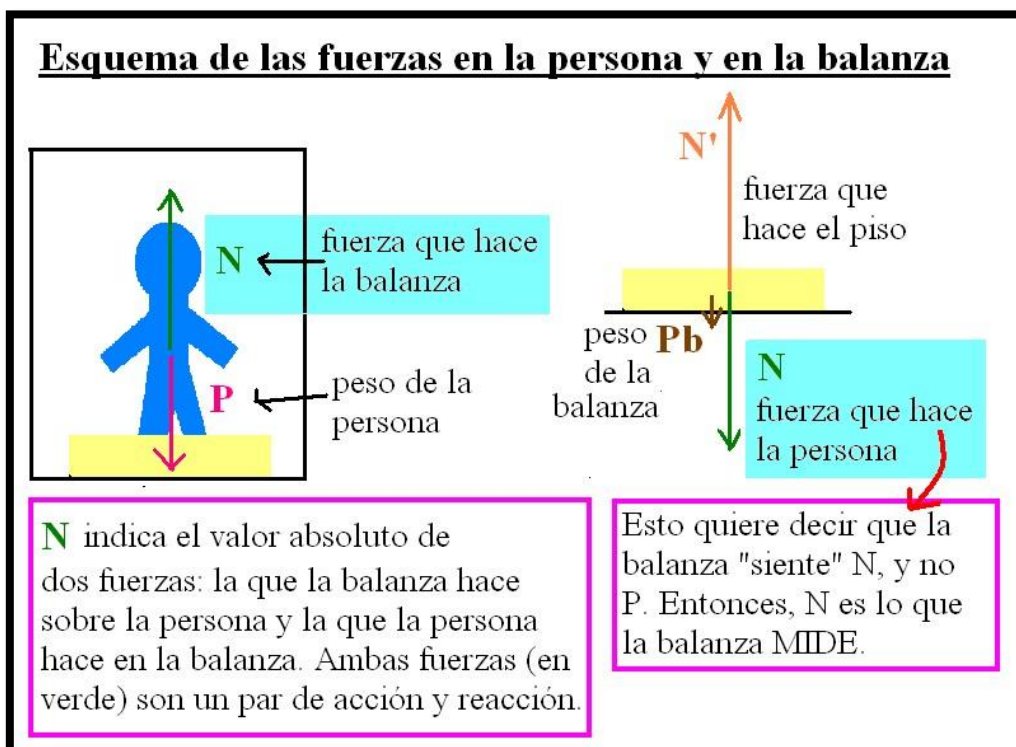


FIGURA 9

Como esta fuerza de contacto es el par de interacción correspondiente a la Normal, hallando esta última al mismo tiempo calculamos la indicación de la balanza.

Eligiendo sentido positivo hacia arriba y aplicando la Segunda Ley de Newton sobre el eje vertical:

$$N - mg = ma$$

siendo a la aceleración que el conjunto ascensor-balanza-persona pudiera tener.

Hallemos entonces N para las siguientes situaciones:

a) el conjunto se encuentra en reposo.

Resulta trivialmente $a = 0$ y por lo tanto $N = mg$, de donde la indicación de la balanza coincide con el peso de la persona.

b) el ascensor se mueve con velocidad constante.

Nuevamente, tenemos que $a = 0$ y $N = mg$. Esto es independiente de que el ascensor esté subiendo o bajando, mientras lo haga con velocidad constante. Por lo tanto, la situación es análoga al caso del reposo. Preguntamos: ¿esto es sólo un resultado casual, consecuencia de este ejercicio en particular, o presenta un significado físico más profundo? La respuesta la encontramos en una de las consecuencias del Principio de Inercia: el reposo y el MRU son físicamente equivalentes. Por lo tanto, con experimentos realizados en el interior del ascensor no podremos diferenciar uno de otro.

c) el ascensor asciende con aceleración hacia arriba.

Para nuestro sistema de coordenadas es $a > 0$ y entonces $N = ma + mg > mg$. La balanza, por lo tanto, indica un valor superior al peso de la persona. Nuevamente preguntamos, ¿Cuál es la interpretación física de esto? Y otra vez la responde el Principio de Inercia: el ascensor acelera hacia arriba, pero por inercia la persona tiende a mantenerse en la posición que tenía antes de acelerar. Por ello, se incrementa la fuerza de contacto entre la persona y la balanza.

d) el ascensor desciende con aceleración hacia arriba.

¿Es esto físicamente posible? Sí, simplemente los vectores velocidad y aceleración del sistema serán antiparalelos y el módulo de la velocidad del ascensor irá disminuyendo. El resultado es exactamente igual al caso anterior, $N > mg$. Por lo tanto, la *aceleración determina el estado dinámico del sistema*.

e) el ascensor desciende con aceleración hacia abajo.

Aquí resulta $a < 0$ y entonces $N = ma + mg < mg$. La balanza está indicando un valor inferior al peso de la persona. Sugerencia: interpreten este resultado a la luz del Principio de Inercia.

f) el ascensor asciende con aceleración hacia abajo.

Es igual que el anterior.

Y ahora, el caso más interesante. Supongamos que se cortan las cuerdas del ascensor y éste cae en caída libre.

g) caída libre.

Aquí, en módulo, $a = g$, pero de acuerdo con nuestro sistema de coordenadas tiene signo negativo, por lo tanto:

$$N = 0$$

Es decir, la persona en el interior del ascensor experimenta una aparente situación de ausencia de gravedad.

¿Qué ocurre si en ese momento la persona deja caer una piedra? La piedra parece “flotar”, sin modificar su posición. Lo que ocurre es que, para un observador fijo a Tierra, todo el conjunto cae con la misma aceleración, y por lo tanto no se modifica la distancia relativa entre la persona y la piedra.

¿Por qué en una nave espacial que se encuentra orbitando en torno de la Tierra parecería no existir la gravedad? Es verdad que la atracción gravitatoria disminuye con el cuadrado de la distancia, pero para un cohete en órbita tal disminución no alcanza para que los efectos gravitatorios no sean observables. La explicación es que, como consecuencia de su movimiento orbital en torno de la Tierra, el cohete está “cayendo” instante a instante, y en cada momento reproduce la situación del ascensor en caída libre.

Finalmente, aunque se escape de los límites de este curso, hacemos un comentario “relativista”. La expresión:

$$N - mg = ma$$

puede reescribirse como:

$$N = m(a + g)$$

Por lo tanto, sería perfectamente aceptable interpretar el problema diciendo que, en el interior del ascensor la gravedad toma un valor diferente al habitual, dado por $a + g$. Es decir, el hecho que el ascensor esté acelerado genera un efecto equivalente a una modificación en el campo gravitatorio. Este sencillo problema de Física I inspiró a Albert Einstein su Teoría de la Relatividad Generalizada, en la que se preocupó por encontrar una explicación para el origen de la interacción gravitatoria. A partir de este problema podemos ver que *hallarse sometido a la acción de un campo gravitatorio es equivalente a encontrarse en un sistema acelerado*. De acuerdo con esto, la gravedad no es propiamente una fuerza, sino una consecuencia de las aceleraciones relativas entre las partículas. Pero aquí no podemos profundizar más en estas ideas.

6_ (FUERZAS DERIVADAS DE INTERACCIONES ELÉCTRICAS) LA FUERZA ELÁSTICA

Movimiento de un sistema masa-resorte

- Un bloque de masa m está atado a un resorte, el bloque puede moverse sin fricción sobre una superficie horizontal.
- Cuando el resorte no está ni comprimido ni estirado, el bloque está en su posición de equilibrio.
- $X=0$

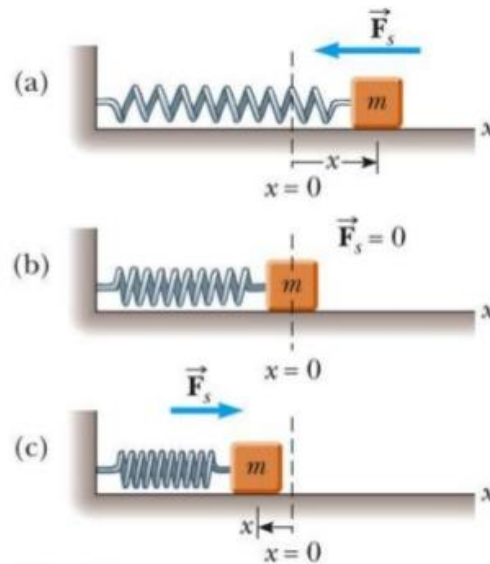


FIGURA 11

Cuando un resorte o un dispositivo equivalente se deforma, es decir, se estira o se comprime, entra en acción la **fuerza elástica**. Ésta no parece ser, macroscópicamente hablando, una fuerza de tipo eléctrico, pero en realidad resulta de la deformación experimentada por las nubes electrónicas de las moléculas que componen el resorte; su origen, por lo tanto, es efectivamente consecuencia de interacciones eléctricas.

Asumimos que el resorte cumple con la Ley de Hooke, según la cual la fuerza elástica \vec{F}_e es directamente proporcional a la deformación del resorte:

$$\vec{F}_e = -k\Delta\vec{x}$$

expresión en la que k es la constante elástica y $\Delta\vec{x}$ la deformación experimentada por el resorte.

En la fórmula precedente es necesario formular algunas aclaraciones. En primer lugar, el signo negativo indica que la fuerza elástica tiene sentido contrario a la deformación del resorte, lo cual se puede comprobar fácilmente estirando o comprimiendo un resorte. No quiere decir que la fuerza sea “negativa”; por ello, cuando se escribe la Segunda Ley de Newton sobre un eje determinado, lo más práctico es tomar la fórmula anterior en módulo, $|\vec{F}_e| = k|\Delta\vec{x}|$ y colocar a la \vec{F}_e el signo que corresponda según el sistema de coordenadas que hayamos elegido.

La deformación $\Delta\vec{x}$ es, en valor absoluto, igual a $|x - l_0|$, con l_0 la longitud natural del resorte, es decir, su longitud sin deformar. En general, es conveniente elegir un

sistema de coordenadas en el que el origen coincida con l_0 , de forma tal que podamos escribir, x en lugar de Δx .

La constante elástica k indica la “dureza” del resorte, es decir, su resistencia a la deformación. En realidad, k depende de diversos factores, tales como la temperatura y la presión, pero con buena aproximación puede suponerse constante.

Finalmente, digamos que la Ley de Hooke es, en sí misma, una expresión aproximada, correspondiente al primer término de un desarrollo en serie de Taylor.

Como un ejemplo de aplicación de la expresión de la fuerza elástica, calculemos la constante del resorte equivalente para dos resortes en paralelo.

18

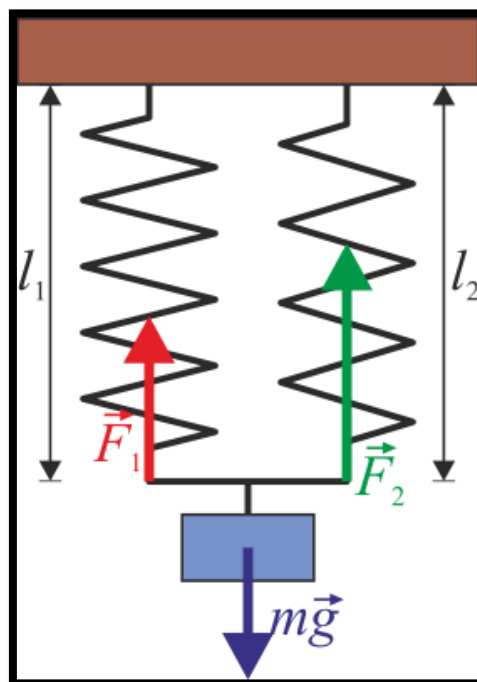


FIGURA 12

Supongamos entonces que una masa m se encuentra suspendida de dos resortes conectados como muestra la figura, de constantes k_1 y k_2 respectivamente. Suponemos que ambos resortes tienen la misma longitud natural, y hacemos coincidir el origen del sistema de coordenadas en dicha longitud.

Calcular la constante del resorte equivalente k_{eq} implica calcular la constante de un resorte imaginario que cumpla la misma función que los dos resortes “reales”.

Aplicando la Segunda Ley de Newton tenemos que:

$$mg - k_1 x_1 - k_2 x_2 = 0$$

dado que suponemos que el sistema se encuentra en equilibrio.

Ahora bien, en la realidad x_1 y x_2 podrían ser diferentes. Pero tal situación implicaría que ambos extremos de la masa m se encontrarían a distinta altura. La masa m no podría corresponder entonces a un cuerpo puntual. Por lo tanto, dado que trabajamos dentro del modelo de partícula tendremos que:

$$x_1 = x_2 = x$$

y

$$mg - (k_1 + k_2)x = 0$$

Si trabajásemos con el resorte equivalente, tendríamos que:

$$mg - k_{eq}x = 0$$

y entonces:

$$k_{eq} = k_1 + k_2$$

EJERCICIO 1:

Considere dos resortes conectados en serie:

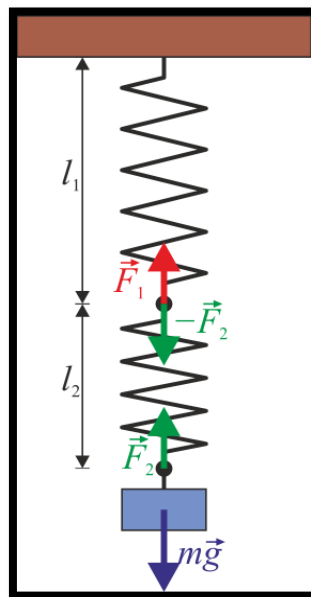


FIGURA 13

Demostrar que, en este caso, la constante del resorte equivalente es:

$$k_{eq} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

7_ (FUERZAS DERIVADAS DE INTERACCIONES ELÉCTRICAS) LA FUERZA DE ROZAMIENTO

La fuerza de fricción o de rozamiento es consecuencia de las rugosidades que poseen todas las superficies, las que determinan un conjunto de interacciones microscópicas entre las nubes electrónicas de las moléculas que las forman. El efecto macroscópico es lo que llamamos rozamiento o fricción, nuevamente una fuerza de tipo estadístico, resultante de un gran número de interacciones básicas de naturaleza eléctrica.

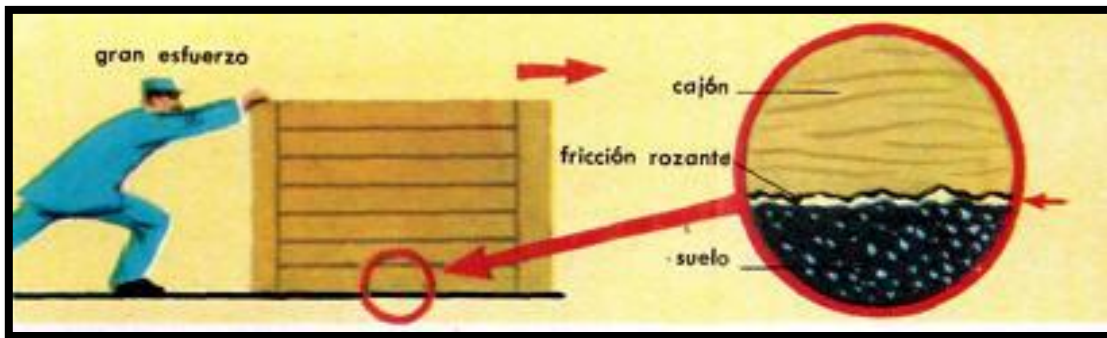


FIGURA 14

Supongamos entonces que empujamos un bloque, inicialmente en reposo, apoyado sobre el piso. Para ello, le aplicamos una fuerza \vec{F} . El bloque no se mueve. ¿Por qué? Porque existe una fuerza \vec{F}' , de igual módulo y opuesta a \vec{F} , que la equilibra. Esta es la *fuerza de rozamiento estático* \vec{F}_{est} , denominada así porque no existe desplazamiento relativo entre el bloque y la superficie de apoyo.

Esta fuerza está estrechamente relacionada con otra fuerza que ya conocemos: la Normal (\vec{N}). Ambas, en realidad, son las *dos componentes de la fuerza de contacto entre el bloque y la superficie de apoyo*. La \vec{F}_{est} es la componente de dicha fuerza paralela a la superficie de contacto, la \vec{N} , como su nombre lo indica, es la componente normal o perpendicular.

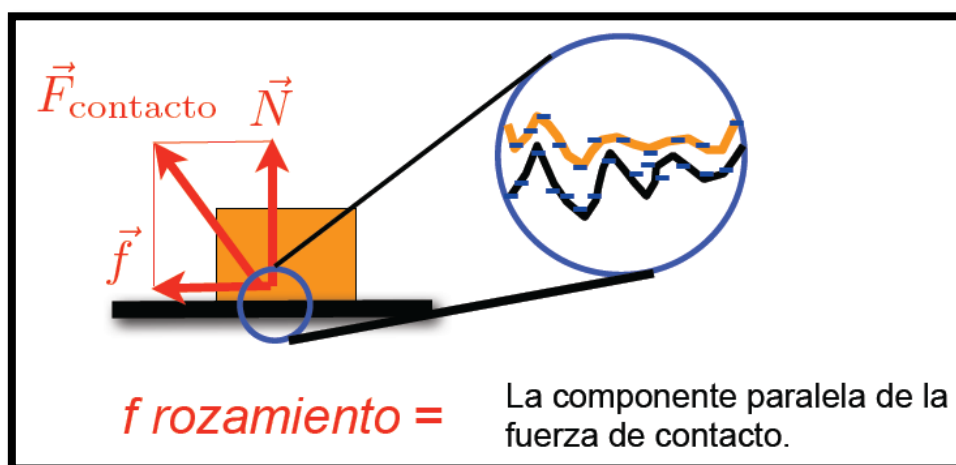


FIGURA 15

Ahora, supongamos que aumentamos la intensidad de la fuerza \vec{F} , pero el bloque continúa en reposo. Esto nos indica que la \vec{F}_{est} no tiene un valor único, sino que aumenta en la medida en que aumentamos la intensidad de \vec{F} . Sin embargo, llegará un instante en el que \vec{F} sea lo suficientemente grande como para el bloque inicie su movimiento. Por lo tanto, la \vec{F}_{est} no puede crecer indefinidamente, sino que alcanza un valor máximo, determinado, entre otros factores, por la naturaleza de las dos superficies en interacción.

Experimentalmente se comprueba que este valor máximo es:

$$F_{max} = \mu_e N$$

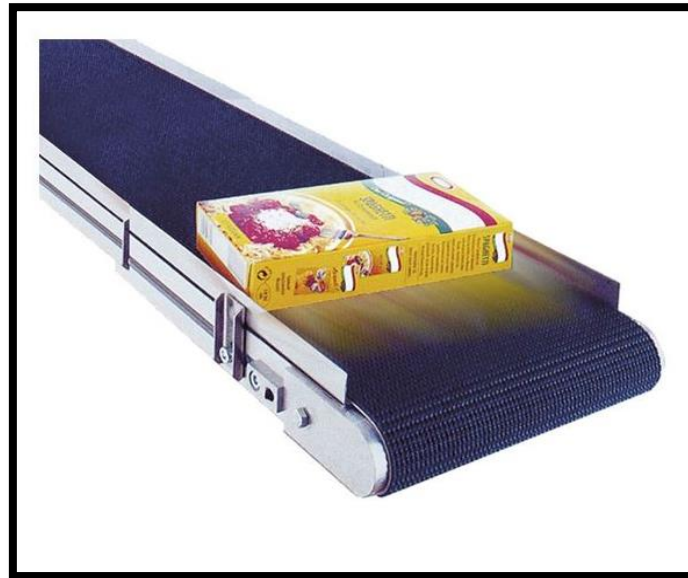
donde μ_e es el *coeficiente de rozamiento estático*, un parámetro adimensional que se determina empíricamente.

Tenemos que, en general:

$$0 \leq \mu_e \leq 1$$

Decimos en general, porque existen algunos materiales que dan origen a fuerzas de rozamiento muy grandes, y en ellos es $\mu_e > 1$.

Preguntamos: ¿Es correcto decir que la “*fuerza de rozamiento estático se opone al movimiento entre las superficies*”? Enunciada de esa forma, la frase no es enteramente correcta. Consideremos, por ejemplo, una persona que camina llevando una bandeja en una de sus manos. De no existir el rozamiento, la bandeja permanecería en reposo, la mano avanza y finalmente la bandeja se cae. La bandeja permanece “pegada” a la mano y avanza con ésta debido a la fuerza de rozamiento estática. Por lo tanto, la expresión correcta es “*la fuerza de rozamiento estático se opone al movimiento relativo entre las superficies*”. La situación, en lo que concierne al rozamiento, es más compleja si en lugar de partículas consideramos cuerpos rígidos, y ese tema será tratado ampliamente en el lugar correspondiente.



22

FIGURA 16. Lo mismo ocurre en el caso de los objetos que se apoyan sobre una cinta transportadora: están sometidos a una fuerza de roce muy grande, por lo que quedan pegados a la cinta y pueden moverse al mismo tiempo que ella.

Ahora, supongamos que la fuerza de rozamiento estática alcanzó su valor máximo, pero la fuerza que efectuamos sobre el bloque la supera y éste se pone en movimiento. El coeficiente de rozamiento, ahora *dinámico*, adopta un valor inferior al estático, y la *fuerza de rozamiento dinámico* se opone al movimiento relativo entre ambas superficies.

Podemos representar esta situación en el gráfico siguiente:



GRÁFICO 1

Siendo aproximadamente constante, la fuerza de rozamiento dinámico puede escribirse como:

$$F_{din} = \mu_d N$$

$$F_{din} = \mu_d N$$

con μ_d el coeficiente de rozamiento dinámico.

Habitualmente, y en concordancia con el gráfico presentado previamente, tenemos que:

$$\mu_e > \mu_d$$

8_ (FUERZAS DERIVADAS DE INTERACCIONES ELÉCTRICAS) LA TENSIÓN

Consideremos un problema como el que muestra la figura.

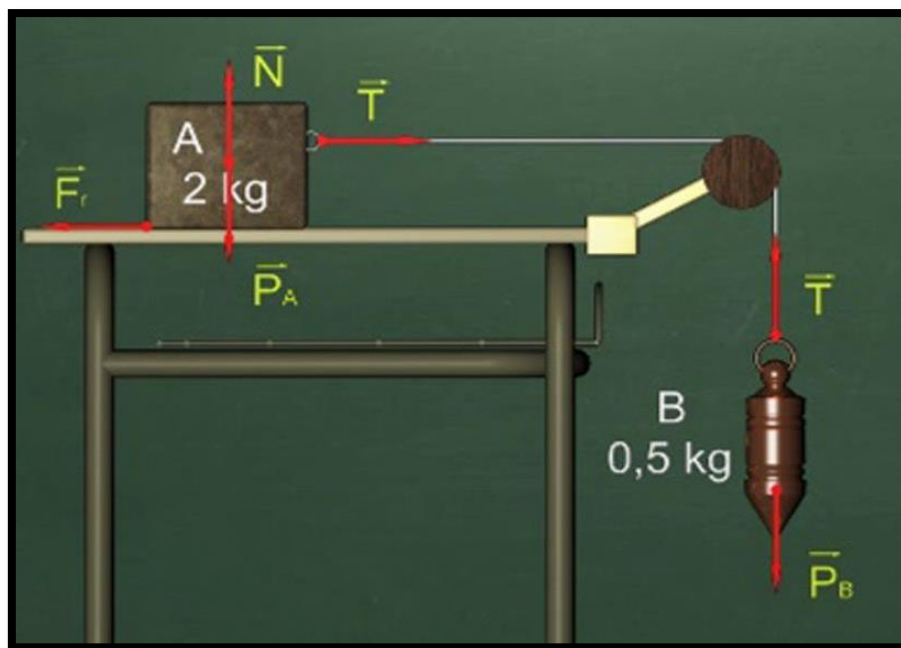


FIGURA 17

Hemos efectuado los diagramas de cuerpo libre, suponiendo que entre la mesa y la masa A no existe rozamiento. Ahora bien, ¿por qué podemos afirmar que, en módulo, la tensión aplicada en la masa A es igual a la tensión sobre la masa B?

La tensión, la fuerza que mantiene tensa la cuerda, también reconoce un origen que, en último análisis, es eléctrico, del mismo modo que la fuerza elástica o la fuerza de

rozamiento. Escribamos la segunda Ley de Newton sobre la cuerda, para lo cual nos imaginamos que la colocamos en forma horizontal. Tenemos que:

$$F_{B \rightarrow C} - F_{A \rightarrow C} = m_c a_c$$

Siendo $F_{B \rightarrow C}$ la fuerza que la masa B ejerce sobre la cuerda, $F_{A \rightarrow C}$ la correspondiente a la masa A y $m_c a_c$ el producto de la masa de la cuerda por su aceleración. Si suponemos que la cuerda es ideal su masa será despreciable; por lo tanto:

$$F_{B \rightarrow C} = F_{A \rightarrow C}$$

Ahora bien, $F_{B \rightarrow C}$ es el par de interacción de la fuerza que la cuerda ejerce sobre B, es decir de la tensión, y por consiguiente ambas son iguales en módulo. Lo mismo ocurre para $F_{A \rightarrow C}$. Transitivamente, entonces, las tensiones aplicadas sobre cada masa son, en módulo, iguales. *Tener en claro que estas tensiones **NO** forman, entre sí, un par de interacción.*

Vamos ahora resolver el problema, calculando la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda en función de dos masas genéricas m_A y m_B , y un μ_d también genérico.

Muy importante: elegimos un sistema de referencia fijo, tomando positivo hacia abajo para el eje vertical y, para el eje x positivo hacia la derecha. **Nunca cometer el error de tomar ejes “que se mueven junto con la cuerda” o algo parecido, porque se trataría de un sistema de referencia acelerado que, como veremos más adelante, se denomina sistema no-inercial y tiene características especiales que lo diferencia de los sistemas fijos.**

Escribiendo entonces la Segunda Ley de Newton para el sistema de coordenadas indicado, tenemos:

masa A

$$\text{eje } x) \quad T - \mu_d m_A g = m_A a$$

$$\text{eje } y) \quad m_A g - N = 0$$

masa B

$$\text{eje } y) \quad m_B g - T = m_B a$$

Finalmente, resulta que:

$$a = \frac{m_B g - \mu_d m_A g}{m_A + m_B}$$

Este cálculo fue sencillo, pero hay un detalle que debemos profundizar. Sin justificarlo, hemos asumido que, en módulo, ambas masas presentan la misma aceleración. Esto es consecuencia de que hemos supuesto que la cuerda que las une es inextensible. En este problema la igualdad de las aceleraciones es evidente, pero no ocurre lo mismo en todas las situaciones. Existen, además, situaciones en las que las

aceleraciones de las distintas masas son diferentes. Por lo tanto, necesitamos hallar un método formal que nos permita hallar analíticamente la relación de aceleraciones.

Para ello, fijemos nuestro sistema de coordenadas en la polea fija. Llamemos x_A e y_B a la posición de, respectivamente, cada una de las masas. Sea L la longitud de la cuerda. Tenemos que:

$$L = |x_A| + |y_B|$$

Fue necesario colocar las barras de módulo para las coordenadas de posición debido a que la longitud de la cuerda debe ser la suma de términos positivos.

Para nuestro sistema de coordenadas:

$$L = -x_A + y_B$$

Derivando la expresión anterior dos veces respecto del tiempo, y teniendo en cuenta que L es constante, obtenemos:

$$0 = -a_A + a_B$$

Por lo tanto $a_A = a_B = a$.

Ahora, veamos un problema en el que ambas aceleraciones resultan diferentes.

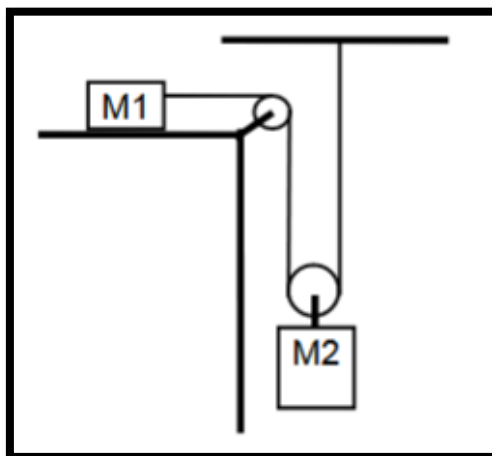


FIGURA 18

Notemos que, en este problema a diferencia del anterior, se introduce una polea móvil. Dicha polea también se considera ideal, por lo tanto sin masa; sin embargo, su aceleración debe tomarse en consideración.

Elijamos el mismo sistema de coordenadas que en el problema anterior, llamemos T a la tensión en la cuerda que une m_1 con la polea móvil y T' la que une la polea con m_2 . Suponemos que no existe rozamiento.

Planteando la Segunda Ley de Newton:

masa A

eje x) $T = m_1 a_1$

$$\text{eje } y) \quad m_1 g - N = 0$$

masa B

$$\text{eje } y) \quad m_2 g - T' = m_2 a_2$$

polea móvil

$$\text{eje } y) \quad T' - 2T = m_p a_p$$

Como suponemos que la masa de la polea es despreciable, resulta

$$T' = 2T$$

Ahora, hacemos lo mismo que en el problema anterior. Fijamos el sistema de coordenadas en la polea fija y, llamando y_p a la posición de la polea:

$$L_1 = |x_1| + 2|y_p|$$

$$L_2 = |y_2| - |y_p|$$

L_1 y L_2 son las longitudes de cada una de las cuerdas.

Por lo tanto:

$$L_1 = -x_1 + 2y_p$$

$$L_2 = y_2 - y_p$$

Derivando:

$$0 = -a_1 + 2a_p$$

$$0 = a_2 - a_p$$

Y entonces resulta:

$$a_2 = a_p$$

$$a_1 = 2a_2$$

La primera de las dos últimas relaciones es muy evidente; no así la segunda, por lo que el método presentado resulta útil para relacionar aceleraciones de cuerpos vinculados cuando tales relaciones no se pueden advertir intuitivamente.

Para cerrar el tema, consideremos esta cuestión: ¿Alcanza sólo con las Leyes de Newton para resolver un problema dinámico? **La respuesta es no; hay que agregar las condiciones de vínculo.**

Solución dinámica: Leyes de Newton + Condiciones de vínculo

¿Y si ahora queremos encontrar la trayectoria de las partículas, es decir, resolver desde un punto de vista cinemático el problema? Son necesarias las condiciones iniciales.

**Solución cinemática: Leyes de Newton + Condiciones de vínculo +
Condiciones iniciales**

9_ APÉNDICE

Ejercicio avanzado: cálculo de la velocidad de escape

Supongamos por un momento que la atracción gravitatoria no existiera. Si en tal situación arrojamos una partícula verticalmente hacia arriba, ¿qué sucedería? La partícula, interpretada con el Principio de Inercia, se alejaría de nosotros en línea recta, y nunca caería.

Ahora, supongamos que la gravedad efectivamente existe, pero que es constante. Si volvemos a efectuar el tiro vertical, la partícula alcanzará una cierta altura máxima, y luego caerá. Si la velocidad inicial con la que arrojamos verticalmente la partícula se hace mayor, será mayor la altura máxima, pero siempre la partícula volverá a caer.

Y ahora, la situación más próxima a la realidad. La gravedad existe pero disminuye con el cuadrado de la distancia. Por lo tanto, cuando arrojamos algo verticalmente, experimentará en todo momento una fuerza que tiende a hacerlo regresar hacia la Tierra, pero cuanto mayor sea la altura alcanzada por la partícula, menor será la intensidad de dicha fuerza. Podemos entonces preguntarnos si existirá una *velocidad de escape*, es decir, alguna velocidad inicial para la cual, una vez arrojada la partícula, ésta se aleje indefinidamente de la Tierra y nunca regrese.

Elijamos entonces el origen de coordenadas en el centro de la Tierra y trabajemos sobre el eje radial eligiendo sentido positivo hacia el exterior. Un proyectil es arrojado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial V_{escape} que es precisamente lo que queremos averiguar.

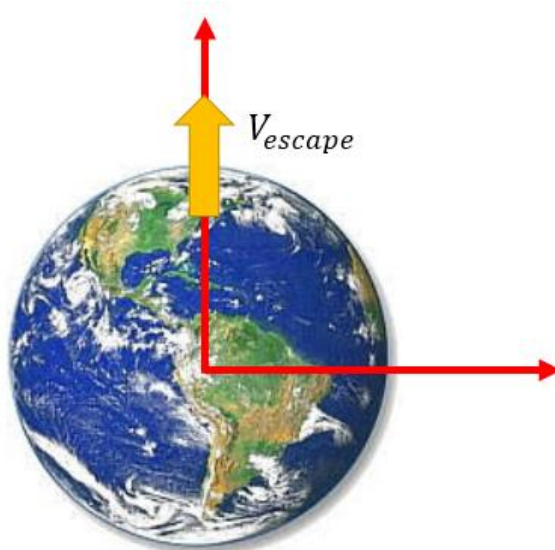


FIGURA 10

Despreciando cualquier otra contribución que no sea la de la fuerza gravitatoria y aplicando la Segunda Ley de Newton, tenemos que:

$$-F_g = ma$$

donde F_g es la fuerza gravitatoria, y m y a son respectivamente la masa y la aceleración del proyectil.

Entonces:

$$-G \frac{m_T}{(R_T + h)^2} = \frac{dV}{dt}$$

siendo m_T la masa de la Tierra, R_T el radio terrestre y h la posición del proyectil medida desde la superficie de la Tierra⁸.

La ecuación anterior debe ser integrada. Como h depende del tiempo, no nos sirve pasar multiplicando dt y después integrar. Por ello, en el miembro derecho de la ecuación multiplicamos y dividimos por dh :

$$-G \frac{m_T}{(R_T + h)^2} = \frac{dV}{dt} \frac{dh}{dh}$$

Como $V = \frac{dh}{dt}$ tenemos que:

$$-G \frac{m_T}{(R_T + h)^2} dh = V dV$$

Integramos:

$$\int_0^\infty -G \frac{m_T}{(R_T + h)^2} dh = \int_{V_{escape}}^0 V dV$$

La condición para que la partícula “no regrese” es que su velocidad se vuelva nula recién en el infinito.

Resolviendo las integrales:

$$-\frac{G m_T}{R_T} = -\frac{1}{2} V_{escape}^2$$

Entonces:

$$V_{escape} = \sqrt{2 \frac{G m_T}{R_T}}$$

Como, aproximadamente:

$$m_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_T = 6350 \text{ km}$$

⁸Notemos que la simplificación de la masa del proyectil quizás la hagamos mecánicamente, pero en realidad implica un concepto físico profundo que ya mencionamos: la igualdad de la masa inercial y la masa gravitatoria.

Obtenemos:

$$V_{escape} \cong 11,2 \frac{km}{s}$$

Esa es entonces, en forma aproximada, la velocidad mínima que debe alcanzar un proyectil para abandonar en forma efectiva la superficie terrestre.

Una pregunta de divulgación científica: ¿Es posible invertir las incógnitas del problema y preguntar qué relación entre la masa y el radio debería tener un objeto para que la velocidad de escape correspondiente fuese igual a una velocidad determinada? Si suponemos que la misma es la velocidad de la luz, es decir, aproximadamente $300000 \frac{km}{s}$, encontramos la relación entre la masa y el radio de un... agujero negro!

30

Una vez más, a partir de un sencillo problema de Física I llegamos a un concepto muy profundo de la Física contemporánea⁹.

El estudio de la interacción eléctrica en detalle lo vamos a posponer para cuando cursemos la materia Física II.

Podemos indicar ahora que desde el punto de vista macroscópico las interacciones eléctricas se manifiestan con distintas apariencias, según sean elementos constitutivos de la partícula y la dirección del vector fuerza respecto de las superficies.

⁹Un agujero negro es realmente un objeto relativista y no debería ser analizado utilizando las fórmulas de la Física Clásica. Sin embargo, las correcciones relativistas alteran muy poco el cálculo efectuado aquí, que fuera realizado por primera vez por el geólogo Mitchell en el siglo XVIII.

El texto “Física para estudiantes de Ingeniería: Dinámica de la Partícula”, es una obra colectiva llevada a cabo por docentes de Física I de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires (FIUBA). Se enmarca dentro de las actividades correspondientes al PEFI (Plan Estratégico de Formación de Ingenieros) y todos los derechos se encuentran protegidos bajo licencia Creative Commons.

Física para estudiantes de Ingeniería- Ema E. Aveleyra (coord. y coautora), Jorge Cornejo (coautor), Adrián Ferrini (coautor), María Cristina Menikheim (coautora), Sergio Rossi (coautor), Gonzalo Gómez Toba (edición técnica)/1° edición/Buenos Aires: Facultad de Ingeniería, 2018. Revisada en 2019-2020.

ISBN (“en trámite”)

Publicación digital.